

Barem clasa a VI-a
(OLM 2015-etapa locală)

Of. 10 p

Subiectul I. (15 puncte)

Vom arăta că $9^n + 63$ se divide cu numerele prime între ele 8 și 9. (5 p)

Divizibilitatea cu 9 este evidentă.

$$9^n + 63 = (8+1)^n + (64-1) = (M_8 + 1) + (M_8 - 1) = M_8 : 8 \quad (10 \text{ p})$$

Subiectul II. (30 puncte)

a) Din enunț obținem $m(\angle COD) = 2m(\angle AOB)$; $2m(\angle COD) = m(\angle AOB) + m(\angle BOC)$, deci

$$4m(\angle AOB) = m(\angle AOB) + m(\angle BOC) \text{ și avem } m(\angle BOC) = 3m(\angle AOB). \quad (10 \text{ p})$$

Cum $\angle AOD$ este alungit: $m(\angle AOB) + m(\angle BOC) + m(\angle COD) = 180^\circ \Rightarrow 6m(\angle AOB) = 180^\circ \Rightarrow m(\angle AOB) = 30^\circ$

$$\Rightarrow m(\angle BOC) = 90^\circ \Rightarrow \angle BOC \text{ este unghi drept} \quad (5 \text{ p})$$

b) $m(\angle AOC) = m(\angle AOB) + m(\angle BOC) = 120^\circ \Rightarrow m(\angle COM) = 60^\circ$

$$m(\angle BOM) = m(\angle BOC) - m(\angle COM) = 30^\circ \quad (10 \text{ p})$$

Cum $m(\angle MON) = 90^\circ \Rightarrow m(\angle NOC) = 30^\circ$, iar din $m(\angle COD) = 60^\circ \Rightarrow m(\angle NOD) = 30^\circ$,

deci $\angle BOM$ și $\angle NOD$ sunt congruente. (5 p)

Subiectul III. (20 puncte)

Fie x suma de bani pe care o are Raluca.

$$\left. \begin{array}{l} x = 5c_1 + 2 \\ x = 7c_2 + 5 \\ x = 8c_3 + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + 23 = 5(c_1 + 5) \\ x + 23 = 7(c_2 + 4) \\ x + 23 = 8(c_3 + 3) \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 5 \mid (x + 23) \\ 7 \mid (x + 23) \\ 8 \mid (x + 23) \end{array} \right. \quad (10 \text{ p})$$

$\Rightarrow (x + 23)$ poate fi c.m.m.m.c al numerelor 5, 7, 8 sau multipli săi

$$\Rightarrow (x + 23) \in \{280, 560, 840\} \Rightarrow x \in \{257, 537, 817\} \Rightarrow M_a = 537 \quad (5 \text{ p})$$

Raluca mai are nevoie de 1262 lei (5 p)

Subiectul IV. (25 puncte)

a) $P_3P_4 = 12\text{cm}$, $P_1P_3 = 12\text{cm}$, deci P_3 este mijlocul segmentului P_1P_4 (15 p)

b) Sciirea relației $P_1P_2 + P_2P_3 + P_3P_4 + \dots + P_{k-1}P_k = 18240$ sub forma :

$$4 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 4 + \dots + 4 \cdot (k-1) = 18240 \Leftrightarrow 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + (k-1) = 4560 \quad (5 \text{ p})$$

$$(k-1)k = 9120 \text{ deci } k = 96. \quad (5 \text{ p})$$